

Introduction

I. Pourquoi ce travail ?

Au vu de mon expérience de professeur de mathématiques en PCSI et MPSI je me suis décidé à écrire les chapitres que vous trouverez ici pour montrer, sur quelques points du programme de Terminale S, comment on peut retenir et assurer de nombreux résultats sans les apprendre absolument par cœur.

En effet, il arrive souvent en début de la première année post-bac (voire plus tard) qu'un étudiant, en classe ou lors d'une séance d'interrogations, se tourne vers le professeur et pose une question du genre : « A-t-on le droit, Monsieur, d'écrire ... ? » suivie d'un résultat quelconque, par exemple quelque chose du type $a^n a^m = a^{n+m}$.

Il transforme ainsi un problème de mathématiques

- soit en un problème de droit,
- soit en une autorisation qu'il demande pour faire telle ou telle chose,
- soit (et c'est le plus probable) en une demande d'aide ou de confirmation d'un résultat dont il a entendu parler, qu'il a pu apprendre dans un passé plus ou moins lointain, mais dont il n'est plus tout à fait sûr de l'expression exacte.

Je pense que cela est dû à une mauvaise méthode de travail utilisée par ledit étudiant dans les années antérieures, méthode qui consistait par exemple,

- à apprendre par cœur un certain nombre de formules sans les relier immédiatement à des exemples et des contre-exemples,
- à se ruer vers le premier formulaire venu, voire vers sa super calculatrice, lorsque, durant un travail personnel, un doute survient sur l'exactitude de telle ou telle formule dont il croit avoir besoin.

Cette méthode de travail, que l'on pourrait comparer au copier-coller si souvent utilisé en informatique pour gagner du temps, a le gros inconvénient de ne pas marquer le cerveau de l'utilisateur, et elle ne lui fournit donc aucun moyen de rendre sûre la connaissance des ces formules lorsque la mémoire fait défaut dans une situation où il lui est interdit ou impossible d'utiliser une aide extérieure.

Ce papier n'est pas écrit pour critiquer les professeurs du secondaire qui, pour la plupart, fournissent de bons conseils de travail à leurs élèves et mettent en œuvre les bonnes méthodes lors de leur enseignement. Seulement, comme chacun sait, il est inutile de répondre à une question avant qu'elle ne se pose vraiment à un élève et nous sommes à une époque où de nombreux élèves accédant à l'enseignement supérieur ont réussi, dans le secondaire, à minimiser leur travail en mathématiques, et surtout leur effort, en retenant par cœur un certain nombre de recettes qu'ils appliquent (il faut avouer avec souvent assez de réussite) pour résoudre les exercices proposés au niveau du secondaire.

Malheureusement, cette méthode montre rapidement ses limites lorsque la difficulté s'accroît, et l'on observe ainsi en début du supérieur des élèves qui paniquent devant la moindre formule et sont prêts à tout pour éviter de s'en servir. Si pour certains cela ne se produit pas en début d'année, ils rencontrent ce problème plus tard, lorsque l'accumulation des connaissances devient telle que la mémoire ne peut plus assurer (à tous les sens du terme) ou que la pression des compositions ou des examens entame leur aisance antérieure.

Ce qui suit vise à montrer sur quelques points précis comment travailler efficacement en mathématiques, afin que ce travail soit effectivement matière à réflexion et pas simplement utilisation d'*automathismes*, comme l'écrit Stella Baruck.

- Il ne s'agit absolument pas d'un cours au sens usuel du terme introduisant des notions et démontrant rigoureusement les résultats qui peuvent en découler.
- Le parcours que je propose ici tient plus de la relecture, une relecture centrée sur quelques notions du programme du secondaire qu'il est indispensable à tout étudiant de maîtriser sans angoisse pour aborder avec un maximum de chances une première année d'études post-bac dans le domaine des mathématiques.
- Je me suis juste permis deux petits hors-programme concernant des points qui ont récemment disparu des programmes de Terminale : le premier concerne la fonction tangente et le second, la formule du binôme de Newton.

Si l'on veut travailler efficacement un chapitre de mathématiques,

- il faut, pour chaque définition nouvelle, étudier en détail les exemples et les contre-exemples qui sont donnés à la suite; s'il n'en existe pas ou qu'il y en a trop peu, ne pas hésiter à *perdre du temps* en en créant quelques-uns, les plus simples possibles, permettant d'expérimenter et de tester la nouvelle notion. En un mot, l'étudiant doit se faire son cinéma en ayant ses propres représentations, car ce sont ces exemples qui
 - * d'une part lui permettront d'acquérir et de dominer la notion nouvelle,
 - * d'autre part l'aideront dans un futur, pas forcément proche, à cerner et à assurer la notion lorsqu'il en aura à nouveau besoin.
- Il faut, pour un théorème ou un résultat, en avoir une idée vague, qui doit en permanence rester à l'esprit et permettre ainsi de pouvoir penser à l'utiliser; en revanche, lorsqu'on a besoin de l'utiliser, il faut être capable de le préciser *immédiatement* dans ses moindres détails, en donnant les hypothèses complètes et les conclusions explicites. Je ne peux mieux comparer ce fonctionnement qu'à la façon d'apparaître des images transmises par l'internet : on voit d'abord une vague silhouette formée de rectangles grossiers mais *immédiatement* la trame de chacun d'eux s'affine récursivement et l'image apparaît dans toute sa précision avant que l'on ait eu de temps de réagir.

En résumé, le but de cet exposé est double :

- d'une part, faire un survol de quelques connaissances indispensables en première année de l'enseignement supérieur ;
- d'autre part, montrer comment les assimiler et les connaître de façon sûre, sans les apprendre par cœur mais en ayant les moyens de pallier toute défaillance de la mémoire grâce au développement d'un certain nombre de réflexes.

Ainsi j'espère montrer comment un élève peut, en fin de secondaire, faire évoluer ses méthodes d'apprentissage de façon à aborder dans de meilleures conditions le choc de l'enseignement supérieur.

II. Comment travailler ces chapitres ?

Travailler un cours de mathématiques dans le supérieur :

- ce n'est pas le lire d'un œil distrait en vous disant que c'est intéressant ou joli, voire en rêvant aux prochaines vacances ou en surveillant l'arrivée de vos sms ;
- c'est l'étudier, crayon en main en essayant de prévoir ce qui peut se passer dans les lignes suivantes, en étant à chaque instant capable de justifier les affirmations que vous lisez et en n'ayant pas peur de « perdre du temps » à préciser les points qui ne vous semblent pas aller de soi ;
- ce n'est pas l'apprendre par cœur pour un rendu à court terme comme par exemple pour l'interrogation du lendemain, mais c'est l'assimiler à force de réflexion et d'utilisation pour une mémorisation qui doit durer 2 voire 3 ans.

À l'inverse il ne s'agit pas de faire du sur-place en avançant à la vitesse d'un escargot. Vous devez toujours vous mesurer au chronomètre et travailler comme si vous étiez en temps limité, comme lors d'un devoir surveillé ou d'une composition.

Une classe « prépa »

ce n'est pas un 100m qui se court à la vitesse d'un marathon

c'est un marathon qui se court à la vitesse d'un 100m !

Bon courage !

Comme vous pourrez vous en rendre compte, les divers exposés sont truffés d'exercices, certains vous permettant de tester votre niveau d'assimilation de ce que vous êtes en train de lire, d'autres consistant en des questions anodines attirant votre attention sur tel ou tel point de ce qui précède. *Il est essentiel de les traiter au fil de la lecture et de ne pas avoir peur d'y « perdre du temps »*. C'est ainsi que vous en assimilerez en profondeur le contenu.

Important Pour un mode d'emploi détaillé de ces chapitres, voir [<ici>](#).

III. Premières remarques

- Il y a dans ce travail quelques recettes pour vous aider, mais les meilleures seront celles que vous trouverez par vous-même et qui vous paraîtront donc les plus naturelles.
 - * Petite évidence : il ne s'agit pas d'apprendre par cœur ces recettes, ce qui ne ferait que déplacer le problème ! Vous devez assimiler la démarche à force d'utilisation, ce qui sera le cas si vous faites l'effort (ce qui ne paraît pas évident au début) de re-réfléchir les propriétés à chaque utilisation.
 - * Ces recettes sont parfois redondantes, ce qui est une bonne chose car il est parfois (assez souvent ?) utile d'avoir plusieurs points de vue ; d'une façon générale c'est une bonne politique que de multiplier les « regards » ainsi que les « instruments de contrôle ».
- Le meilleur moyen d'obtenir une formule ou un énoncé exact est de *connaître sa forme générale* et, parmi les formes similaires, de *savoir éliminer rapidement* celles qui ne conviennent pas.
- Le fait de *re-réfléchir* la formule ou l'énoncé à chaque fois que l'on en a besoin peut paraître constituer une « intolérable perte de temps et d'énergie » mais cela permet, à force d'utilisations répétées, de bien ancrer les quelques relations indispensables et ainsi d'assurer l'ensemble des connaissances.
- Cette méthode peut à première vue paraître moins sûre qu'un apprentissage par cœur, et il est évident que sa mise en œuvre provoquera, au début, des erreurs que vous n'auriez pas commises si vous étiez allé voir dans un formulaire. Dites-vous bien qu'il en a été de même lorsque vous avez commencé à marcher : avant, vous rampiez ou vous marchiez à quatre pattes ; le premier jour où vous avez essayé de marcher seulement sur vos deux jambes, vous êtes tombé, et ce ne fut certainement pas la seule fois. Toutefois vous avez persévéré et, aujourd'hui, la position verticale vous semble aller de soi : c'est à la même démarche que je vous convie en ce qui concerne l'apprentissage des mathématiques.

Pour chacun des chapitres qui suivent, l'exposé part volontairement du niveau élémentaire pour montrer comment les contenus successifs se complètent en généralisant les notions vues dans les classes antérieures.

La version 2015 du MSA (*Mathématiques Sans Angoisse*), conforme aux nouveaux programmes de TS mis en œuvre à la rentrée 2012, et beaucoup plus riche dans son fonctionnement, peut s'utiliser de plusieurs façons différentes.

Important Pour un mode d'emploi détaillé de ces chapitres, voir [<ici>](#).